2 EL MOVIMIENTO ONDULATORIO

IDEAS PRINCIPALES

- Ondas electromagnéticas
- Ondas mecánicas
- Longitud de onda
- Velocidad de fase
- Fase y oposición de fase
- Intensidad de una onda
- Atenuación y absorción
- Interferencias y difracción
- Ondas estacionarias
- Principio de Huygens-Fresnel
- Polarización
- Reflexión y refracción
- Reflexión total
- Efecto Doppler
- Espectro electromagnético

La transmisión de energía sin transmisión de materia es común a todos los fenómenos que llamamos ondulatorios. Ondas mecánicas como las sonoras o las sísmicas, que se propagan en los medios materiales. Ondas electromagnéticas, que se propagan en el vacío, y que son la parte central de la TV, la radio, la telefonía móvil o de los microondas, sin olvidarnos de que también son ondas electromagnéticas las que permiten la visión.

Fenómenos físicos tan dispares como los que hemos menionado tienen algunos rasgos comunes que nos permiten estudiarlos con un mismo modelo, el modelo ondulatorio. Hablamos de la reflexión del sonido o de la reflexion de la luz, de la intensidad de una onda sonora o de una onda sísmica, de la difracción del sonido o de la luz, etc. En esta unidad estudiaremos las características comunes del modelo ondulatorio que nos permitirán aplicarlo al estudio de los diferentes fenómenos físicos que se pueden describir con su ayuda.

1 CONCEPTO DE ONDA

La luz y las señales de radio y TV pueden analizarse con ayuda de los conceptos utilizados en el modelo ondulatorio.

Uno de los objetivos de la ciencia es la explicación del mayor número de fenómenos con el mínimo número de teorías. Un gran número de fenómenos diferentes como: la propagación del sonido, la radiación de luz y calor, las olas en el agua, la propagación de energía en los terremotos, las emisiones de radio y televisión, los rayos X, etc., pueden estudiarse con la ayuda de un mismo aparato matemático y de una serie de conceptos aplicables a todos los fenómenos.

Se ha desarrollado **un modelo**, cuyos aspectos básicos estudiaremos en este tema, que permite la explicación de un conjunto de fenómenos muy extenso. Cuando hablamos de ondas nos referimos a algunos de los fenómenos que se explican con este modelo; así pues, las ondas no son algo diferente de la materia, algo con existencia propia y diferenciada, sino que son el modelo que utilizamos para explicar el comportamiento de la materia en unos determinados fenómenos.

¿Qué tienen de común entre sí todos esos fenómenos?

> Todo movimiento ondulatorio consiste en la propagación por el espacio de la energía y de la cantidad de movimiento de las perturbaciones producidas en un punto sin que haya transporte neto de materia.

Los sonidos, cualquiera que sea su origen, también pueden analizarse con ayuda de los conceptos utilizados en el modelo ondulatorio.

En todos los casos, la perturbación se produce en un punto, que se llama **foco** de la misma, y esa perturbación se propaga por el espacio. El origen de la perturbación puede ser variado: deformaciones elásticas de un medio (compresión y expansión de un muelle, compresión y expansión de la tierra para producir ondas sísmicas), variaciones de presión (como las que dan origen a los sonidos), variaciones de campos eléctricos y magnéticos (que son las ondas luminosas), etc. En todos los casos hay propagación de energía y de cantidad de movimiento sin transporte neto de materia.

1.1 Clasificación de las ondas

Se pueden utilizar varios criterios diferentes para clasificar las ondas. Una primera clasificación puede hacerse atendiendo al tipo de medio en el que pueden propagarse:

Ondas electromagnéticas (OEM): se transmiten en ciertos materiales y también en el vacío (la luz se propaga en el aire, agua, vidrio, etc. pero también se propaga en el vacío, como ocurre con la luz de las estrellas).

Ondas mecánicas: sólo se transmiten en los medios materiales. Éstas las trataremos en esta unidad, dejando el estudio de las ondas electromagnéticas para otra unidad posterior.

Otro criterio para clasificar las ondas, es atender a la relación entre las direcciones de la perturbación producida y la de propagación de la onda.

Onda transversal: es aquella en la que la dirección de propagación es perpendicular a la dirección de la perturbación. Un ejemplo puede ser la propagación horizontal de una onda en una cuerda a la que se agita verticalmente. Las ondas electromagnéticas también son transversales.

Onda longitudinal: es aquella en la que la dirección de propagación tiene la misma dirección que la de la perturbación producida. Ejemplos pueden ser el sonido o el de un muelle que se comprime longitudinalmente.

Las ondas longitudinales pueden propagarse en medios sólidos, líquidos o gaseosos. Las ondas transversales sólo pueden hacerlo en medios sólidos, ya que es necesario que existan fuerzas de suficiente intensidad entre partículas vecinas para que la propagación transversal pueda darse.

Una de las pruebas de que el interior de la Tierra debe estar en estado líquido es que a su través sólo se propagan ondas longitudinales y no transversales. Como sabes, hay ondas sísmicas de dos clases, unas llamadas ondas P que son longitudinales y otras denominadas ondas S que son transversales. Cuando ocurre un terremoto en un lugar de la Tierra, se detectan ondas longitudinales en las antípodas de ese lugar pero nunca ondas transversales. Estas no pueden atravesar el centro de la Tierra, por lo que se llega a la conclusión de que el interior de la Tierra no debe estar sólido.

A.1.- a) Propón un mecanismo para explicar cómo puede propagarse una onda en una cuerda o en un muelle.

b) Propón un mecanismo que explique la propagación del sonido.

Aún podríamos hacer otra clasificación según la forma de avance de la onda. Si un foco produce una onda y al cabo de un tiempo determinado unimos todos los puntos alcanzados por la perturbación se obtiene una figura llamada **frente de ondas**. Según su forma podemos hablar de ondas circulares, esféricas, planas, etc. Así, las ondas producidas al lanzar una piedra a una piscina son circulares, mientras que el sonido da lugar a ondas esféricas ya que se transmiten en todas las direcciones del espacio.

1.2 Magnitudes útiles para describir las ondas

Una ventaja del modelo ondulatorio es poder aplicar el mismo formalismo matemático a fenómenos muy diferentes. Esto permite que podamos hacer los razonamientos con ayuda de un caso particular especialmente sencillo y luego generalizar los resultados obtenidos a otras situaciones menos intuitivas. Utilizaremos como caso particular la propagación de una perturbación a lo largo de una cuerda, ejemplo simple pues la propagación se hace en una sola dimensión, siendo la perturbación perpendicular a la dirección de propagación. Con objeto de utilizar siempre la misma notación, la propagación supondremos que ocurre siempre en la dirección del eje X, mientras que la perturbación de las partículas del medio tiene la dirección del eje Y.

Si al extremo de una cuerda le damos una sacudida, que consiste en separarlo una determinada distancia de su posición de equilibrio y volverlo a la misma, se propaga a lo largo de la cuerda una perturbación que llamamos **pulso.** Si se repite periódicamente la sacudida, se propagarán por la cuerda un conjunto de pulsos, que constituyen un **tren de ondas** periódico. En general, la mayor parte de los fenómenos pueden ser descritos como trenes de ondas, pero por comodidad nos referimos a ellos como ondas. Los trenes de ondas periódicos, se pueden caracterizar por las siguientes magnitudes:

Amplitud (A) es la máxima distancia de cualquier punto de la cuerda respecto a su posición de equilibrio. De forma general, la amplitud es el valor máximo de la magnitud cuya propagación constituye la onda.

Velocidad[1] (v) con la que se propaga la perturbación a lo largo del espacio. En el caso de la onda en una cuerda la velocidad se refiere a la distancia recorrida por un pulso en la unidad de tiempo.

Período (T) de la onda es el tiempo que tarda en generarse un pulso completo. También podemos decir que es el tiempo que tarda un punto cualquiera de la cuerda en realizar una oscilación completa.

Frecuencia (f) es el número de pulsos producidos en cada unidad de tiempo. De acuerdo con su definición es igual a la inversa del período.

Longitud de onda (λ) es la distancia que existe entre dos pulsos sucesivos. También podemos decir que es la distancia entre dos puntos consecutivos del medio que se encuentren en el mismo estado de vibración. Si suponemos que la producción de pulsos es continua, la longitud de onda será también la distancia recorrida por la onda mientras que se genera un pulso, es decir la distancia recorrida por la onda en un tiempo igual a un período.

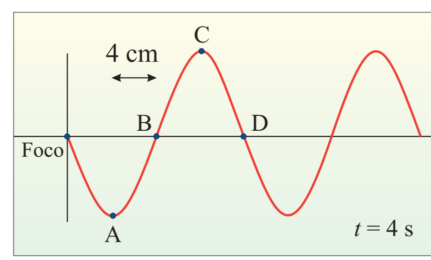
$$\lambda = v\ T = \frac{v}{f}$$

A.2.- a) El dibujo representa la forma de una cuerda 4 s después de haberse iniciado la perturbación en el extremo izquierdo de la misma. Teniendo en cuenta la escala que se ha recogido en el dibujo, determina el valor del período, la frecuencia, la velocidad, la amplitud y la longitud de onda.

b) Dibuja la posición del foco y de los puntos A,B, C y D 0,5 s después del instante representado en el dibujo.

c) Si cada punto tiene un MAS, calcula la velocidad de cada uno de esos puntos en ese instante e indica con una flecha la dirección y sentido en cada caso.

T = 2 s; f = 0,5 s^{-1}; v = 8 cm/s; A = 8 cm; λ = 16 cm



Los valores de las magnitudes anteriores, período o frecuencia, longitud de onda y amplitud miden características perfectamente observables de las ondas. Veamos algunos ejemplos:

Si producimos ondas en una cuerda, la frecuencia se corresponde con el número de oscilaciones que realizamos por segundo en el extremo de la cuerda, mientras que la amplitud se corresponde con el desplazamiento que realizamos en ese extremo.

Si nos referimos al sonido, la frecuencia nos informa del tono del mismo y la amplitud de la intensidad. Un sonido de alta frecuencia (p.ej., 8000 Hz) es un sonido agudo, mientras que un sonido de baja frecuencia (ej., 400 Hz) es un sonido grave. La amplitud de la oscilación, que en el caso del sonido se trata de una variación de la presión del aire, se relaciona con la intensidad del sonido. Para un sonido bastante fuerte la variación de presión máxima es del orden de ± 0,002 atm respecto a la presión atmosférica normal. En el aire, las longitudes de onda del sonido van desde los 2 mm en los más agudos hasta los 10 m en los sonidos más graves.

Si nos referimos a la luz, la frecuencia nos informa del color de la misma: al rojo le corresponde la frecuencia más baja ($\sim 4{,}3\cdot 10^{14}$ Hz) mientras que al violeta le corresponde la más alta ($\sim 7{,}5\cdot 10^{14}$ Hz). En cuanto a la longitud de onda en el aire, la luz violeta tiene una longitud de onda de $\sim 4\cdot 10^{-7}$ m mientras que la luz roja tiene una longitud de onda de $\sim 7{,}5\cdot 10^{-7}$ m.

[1] En general en este tema, cuando hablamos de velocidad nos referimos a rapidez.

1.3 Factores que afectan a la velocidad de propagación de las ondas

La velocidad de propagación depende del tipo de onda que se propaga y de las características del medio en el que se está propagando.

La velocidad de una onda en una cuerda depende de la fuerza de tensión a la que está sometida la cuerda y de la densidad lineal de la cuerda. F representa la tensión a la que está sometida la cuerda, mientras que (m/L) representa la densidad lineal de la cuerda, es decir, la masa de la cuerda por unidad de longitud de la misma.

$$v = \sqrt{\frac{F}{(m/L)}}$$

La velocidad de propagación del sonido depende de las características del medio en el que se propaga. La ecuación adjunta permite calcular la velocidad del sonido en diferentes gases, γ es un coeficiente relacionado con la naturaleza del gas, R la constante de los gases, T la temperatura absoluta y M la masa molar. Algunos ejemplos están recogidos en la tabla siguiente,

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Aire a 0 °C	331 m/s
Aire a 20 °C	343 m/s
Hidrógeno a 20 °C	1 300 m/s
Agua	1 440 m/s
Hierro	5 000 m/s

La velocidad de propagación de la luz, y en general de todas las **ondas electromagnéticas**, depende de la permeabilidad magnética (μ) y de la permitividad eléctrica del medio (ε) en el que se propaga, relacionadas según la forma que se recoge en la ecuación adjunta. Algunas velocidades de OEM son:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu\varepsilon}}$$

En el vacío o en el aire[2]	300 000 km/s
En el agua	225 000 km/s
En el vidrio crown	200 000 km/s
En el diamante	124 000 km/s

Las ondas sísmicas S (transversales) se propagan con una velocidad de 5 km/s y las ondas P (longitudinales) con una velocidad de 9 km/s.

¿Depende la velocidad de las ondas de su frecuencia o de su amplitud?

En muchos casos, la velocidad de propagación de las ondas depende únicamente del medio de propagación. La velocidad de un sonido no depende de la frecuencia, lo que permite que se escuche al mismo tiempo todas las notas musicales emitidas por los diversos instrumentos de una orquesta.

En otros casos la velocidad depende, además de las características del medio, de alguna característica propia de la onda como puede ser su frecuencia, si bien es cierto que la influencia de este factor es pequeño. Por ejemplo, en la propagación de la luz a través del vidrio, la velocidad de la luz azul (196 335 km/s) es menor que la de la luz amarilla (197 759 km/s) y la de ésta, a su vez, menor que la velocidad de la luz roja (198 282 km/s).

La diferencia es bastante pequeña, pero lo suficiente para que pueda producir efectos claramente observables como puede ser la separación de la luz blanca en luces de diferentes colores cuando atraviesa un prisma de vidrio.

La velocidad de la luz en el vidrio depende de su color

[2] La velocidad de la luz en el vacío es 299 792 458 m/s

Los medios en los cuales la velocidad de las ondas depende de su frecuencia, se dice que son **dispersivos** para ese tipo de onda.

A.3.- a) En qué medio será mayor la velocidad de una onda sonora, ¿en el aire o en un sólido?

b) ¿Por qué el trueno se oye después de que hayamos visto el relámpago?

c) En una estación sismológica se detectaron las ondas S y P de un terremoto con un intervalo de 2 minutos, ¿a qué distancia se encontraba el epicentro del terremoto?

d = 1350 km

A.4.- a) Calcula la longitud de onda de un sonido cuya frecuencia es 1000 Hz.

b) Calcula la longitud de onda de un sonido cuya frecuencia es 11000 Hz.

c) Calcula la frecuencia de la luz amarilla cuya longitud de onda es 0,0000005 m. (Suponer una velocidad del sonido de 340 m/s).

a) λ = 0,34 m; b) λ = 0,03 m; c) $f = 6 \cdot 10^{14}$ Hz

A.5.- Compara la velocidad, frecuencia, y longitud de onda del sonido y de la luz.

Hay que tener en cuenta que al hablar de velocidad nos podemos referir a la de propagación de la onda o a la de vibración de un punto (que si se corresponde con un movimiento armónico simple será $v = A\omega \cos \omega t$). En principio v representará la velocidad de propagación de la onda si no se indica lo contrario.

2 ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

Con la ecuación de ondas pretendemos conocer el valor de la magnitud cuya propagación constituye la onda en **cualquier punto** del espacio que sea afectado por ella y en **cualquier instante** después de que el foco iniciara la perturbación. Es decir, si designamos por y el valor de la perturbación, por x la distancia al foco y por t el tiempo transcurrido desde que el foco iniciara la perturbación, lo que pretendemos será conocer una ecuación que permita calcular y en función de x y de t.

$$y = f(x, t)$$

Con objeto de que la ecuación obtenida pueda ser comprendida más fácilmente haremos las siguientes simplificaciones:

a) Supondremos que el foco es puntual.

b) Supondremos que la perturbación del foco puede ser representada como un MAS.

c) Supondremos que en el instante inicial el foco se encontraba en la posición de equilibrio. Esa condición supone que $\phi_0 = 0$, por lo que la ecuación del foco se puede representar como:

$$y_F = A \operatorname{sen} \omega t$$

d) Supondremos que la onda es lineal y que el medio no absorbe ninguna energía de la onda. Esa condición tiene la consecuencia de que la amplitud de la onda será constante. Un ejemplo ilustrativo puede ser la propagación de una perturbación transversal en una cuerda.

A las ondas que son originadas por un MAS se les denomina ondas sinusoidales. Pero la perturbación que origina una onda no siempre tiene que ser un MAS. Sin embargo, aplicando el teorema de Fourier se puede representar cualquier onda como la suma de un número determinado de ondas sinusoidales. Por eso es tan importante el estudio de las ondas sinusoidales.

Cualquier punto del medio al que llegue la onda, se verá afectado por una perturbación que podrá ser representada por una ecuación similar a la del foco salvo que el tiempo que llevará oscilando será menor que el del foco, justo en un tiempo *t'* que será el que haya tardado la perturbación en recorrer la distancia que separa el foco del punto cuya perturbación queremos representar:

$$y_{(x,t)} = A \text{ sen } \omega (t - t')$$

Si llamamos *x* a la distancia que separa el foco del punto X, el tiempo *t'* que tarda en llegar la perturbación desde el foco al punto es $t' = x/v$, se puede escribir:

$$y_{(x,t)} = A \,\text{sen}\, \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

La ecuación anterior es una forma de expresar la ecuación de ondas. Puede encontrarse también otras formas tales como las siguientes:

$$y_{(x,t)} = A \,\text{sen}\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}\right) = A \,\text{sen}\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A \,\text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A \,\text{sen}\left(\omega t - kx\right)$$

Siendo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ el **número de ondas.**

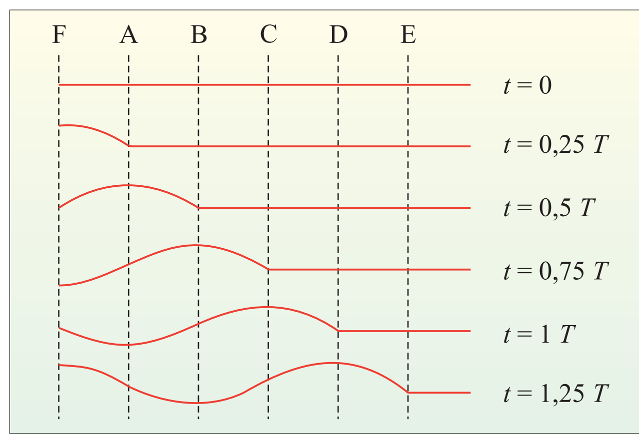
También se puede representar el movimiento ondulatorio con la siguiente ecuación

$$y_{(x,t)} = A \cos\left(kx - \omega t\right)$$

Eso es posible por las características de la funciones seno y coseno.

Cualquiera de las formas de la ecuación de ondas nos permite calcular el valor de la magnitud cuya perturbación se propaga en función del tiempo y de la distancia al foco.

El dibujo ilustra la producción de una onda transversal que se propaga en una dirección. El foco posee un MAS de fase inicial nula. El dibujo representa cómo se vería la cuerda en momentos sucesivos. Hemos hecho coincidir esos momentos con fracciones del período de la oscilación.



Se observa que la perturbación se va propagando hacia la derecha. También se observa las sucesivas posiciones que ocupa un punto cualquiera, por ejemplo el A, a lo largo del tiempo.

La doble periodicidad de las ondas

Periodicidad temporal: el valor de la magnitud que se propaga se repite en función del tiempo (cualquier punto repite su posición a intervalos de tiempo iguales a un período).

Periodicidad espacial: en un instante dado, el valor de la magnitud propagada también se repite en función de la distancia al foco (por ejemplo, coincide el valor de la magnitud en los puntos F y D, o en los puntos A y E).

¿Cómo indicar el sentido de propagación de la onda?

En la ecuación de la onda hemos considerado que la onda se desplazaba de izquierda a derecha. En el caso de que la onda se desplazara en sentido contrario, de derecha a izquierda, la ecuación de la onda sería:

$$y_{(x,t)} = A \,\text{sen}\, 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = A \,\text{sen}\left(\omega t + kx\right)$$

Se supone que ese punto es alcanzado por la onda antes que el punto desde el que se miden las distancias.

EJEMPLO

El desplazamiento de la posición de equilibrio de los puntos de una cuerda tensa en la que se propaga una onda transversal viene dado por $y_{(x,t)} = 0{,}25\ \text{sen}(0{,}05t - 0{,}2x)$, t en segundos y x en metros. Calcula:

a) El desplazamiento, en el instante inicial, de los puntos que están a 1 y 2 m del foco.

b) La amplitud, longitud de onda, frecuencia, período y velocidad de la onda.

c) La ecuación de la velocidad de oscilación de las diferentes partículas de la cuerda y la velocidad del punto de la cuerda cuya posición es $x = 2{,}5$ m en el instante $t = 10$ s.

d) Escribe la ecuación para una onda idéntica que se propague en sentido opuesto.

a) En el instante inicial podemos entender que aún no ha comenzado a moverse ningún punto de la cuerda, excepto el foco, y por lo tanto el desplazamiento de cualquier punto será cero. Sin embargo, si interpretamos que en la cuerda existía un movimiento ondulatorio antes que se empezara a contar el tiempo y que la ecuación lo que representa es el desplazamiento de cada punto a partir de cuando se puso en marcha el cronómetro, el desplazamiento de los puntos a los que se refiere el apartado a) se calcula sustituyendo en la ecuación sus posiciones respectivas:

$$y_{(1,0)} = 0{,}25\ \text{sen}\ (-0{,}2) = 0{,}25 \cdot (-0{,}199) = -0{,}0497\ \text{m}$$

$$y_{(2,0)} = 0{,}25\ \text{sen}\ (-0{,}4) = 0{,}25 \cdot (-0{,}389) = -0{,}0974\ \text{m}$$

b) Comparando $y_{(x,t)} = 0{,}25\ \text{sen}(0{,}05t - 0{,}2x)$ con la ecuación teórica: $y_{(x,t)} = A\ \text{sen}\ (\omega t - kx)$ tenemos:

$$A = 0{,}25\ \text{m};\ \omega = 0{,}05\ \text{s}^{-1};\ k = 0{,}2\ \text{m}^{-1}$$

$$0{,}05 = 2\pi f;\quad f \approx 0{,}008\ \text{Hz};\ T = 1/f \approx 126\ \text{s};$$

$$0{,}2 = 2\pi/\lambda;\quad \lambda = 31{,}4\ \text{m}.$$

La velocidad de propagación de la onda $v = \lambda/T = 31{,}4/125 = 0{,}25$ m/s

c) La velocidad de un punto se obtiene calculando cómo varía su posición con respecto al tiempo:

$$v_{(x,t)} = \frac{dy_{(x,t)}}{dt} = 0{,}25 \cdot 0{,}05\ \cos\ (0{,}05\ t - 0{,}2\ x) = 0{,}0125\ \cos\ (0{,}05\ t - 0{,}2\ x)$$

La velocidad será $v_{(2,5,10)} = 0{,}0125\ \cos\ (0{,}05 \cdot 10 - 0{,}2 \cdot 2{,}5) = 0{,}0125\ \cos 0 = 0{,}0125$ m/s

d) $y_{(x,t)} = 0{,}25\ \text{sen}\ (0{,}05\ t + 0{,}2\ x)$ La única diferencia que hemos establecido es en el signo del desfase. De esa manera podemos reflejar en la ecuación de la onda el sentido de propagación. El signo menos aparecía porque se supone que la onda llega a un punto del medio un cierto tiempo después que sale del foco. Pero si tenemos una onda que se propaga en sentido contrario, de alguna manera puede suponerse que llega al punto del medio antes que llegue al foco, por eso en lugar de restarle un cierto tiempo t' debemos sumárselo.

A.6.- La ecuación de un movimiento ondulatorio es $y = 0{,}04\ \text{sen}\ (2{,}5t - 100x)$ en unidades SI. Calcula la longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación.

¿Qué representa el cociente entre la pulsación y el número de ondas?

$\lambda = 0{,}0628$ m; $f = 0{,}398$ Hz; $v = 0{,}025$ m/s

A.7.- ¿Cómo afectaría a la ecuación de ondas que el foco tuviese una fase inicial de 60°? ¿Podría escribirse la ecuación de ondas en función del coseno? Discute esa posibilidad y cómo afectaría a todo el estudio de la misma.

A.8.- Una onda transversal que avanza por una cuerda viene expresada por la ecuación: $y = 10\ \text{sen}(2t - 0{,}01x)$ m. Calcula la amplitud, la frecuencia, la velocidad de propagación y la longitud de onda.

$A = 10$ m; $f = 0{,}32$ Hz; $v = 200$ m/s; $\lambda = 628$ m

A.9.- En el centro de un estanque circular de 5 m de radio se produce un MAS que origina otro ondulatorio en la superficie del agua. Las ondas tardan 10 s en llegar desde el centro a las orillas, siendo la distancia entre dos crestas sucesivas de 0,05 m. La elongación del punto emisor es de 3 cm al cabo de 1/6 de s. ¿Cuánto valdrá la elongación de un punto situado a 3,875 m del foco emisor al cabo de 8 s?

$y_{(3{,}875{,}8)} = 0$

2.1 Fase y oposición de fase

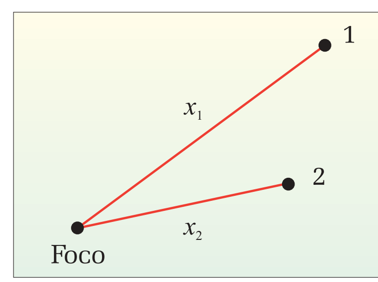
En la ecuación del movimiento ondulatorio, al argumento del seno se le llama **fase**. El término kx se representa a veces por el símbolo ψ, e indica el **desfase** en el estado de vibración de un punto determinado respecto al estado de vibración del foco. Así:

$$y = A\,\mathrm{sen}\left(\omega t - \psi\right) \quad \text{siendo} \quad \psi = 2\pi\frac{x}{\lambda}$$

Cuando dos puntos tienen la **misma fase** (mismo valor de ψ o difieren en un número entero de veces 2π) se dice que **están en concordancia de fase**, (el seno toma el mismo valor) lo que indica que tienen el mismo estado de movimiento: misma elongación, velocidad y aceleración.

Si las fases de dos puntos difieren en π o número impar de veces π, se dice que **están en oposición de fase** (el seno toma valores opuestos). Así, si uno tiene un valor máximo de elongación, el otro lo tendrá mínimo.

¿Qué distancia separa dos puntos que están en fase? ¿y dos que están en oposición de fase?

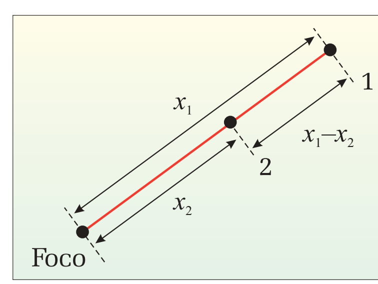


Sabemos que las condiciones de concordancia y oposición de fase son:

$$\left.\begin{array}{l}\text{concordancia de fase } \psi_1 - \psi_2 = n\left(2\pi\right)\\ \text{oposición de fase } \psi_1 - \psi_2 = \left(2n+1\right)\pi\end{array}\right\} \quad n = 0,1,2\ldots$$

$$\text{concordancia de fase } \psi_1 - \psi_2 = 2\pi\frac{x_1}{\lambda} - 2\pi\frac{x_2}{\lambda} = n\left(2\pi\right) \qquad x_1 - x_2 = n\lambda$$

$$\text{oposición de fase } \psi_1 - \psi_2 = 2\pi\frac{x_1}{\lambda} - 2\pi\frac{x_2}{\lambda} = \left(2n+1\right)\pi \qquad x_1 - x_2 = \left(2n+1\right)\frac{\lambda}{2}$$



Dos puntos están en concordancia de fase si la diferencia de sus distancias al foco es un número entero de longitudes de onda mientras que están en oposición de fase si la diferencia de sus distancias al foco es un número impar de semilongitudes de onda.

EJEMPLO

Hacemos oscilar el extremo de una cuerda con un MAS de forma que realiza 40 oscilaciones en 10 s, siendo la distancia entre las posiciones extremas de cada oscilación de 40 cm. La cuerda mide 6 m y la perturbación tarda 0,5 s en ir de un extremo al otro.

a) Escribe la ecuación de la onda, suponiendo que en el instante inicial el extremo de la cuerda sobre el que actuamos está en su posición de equilibrio.

b) Calcula la distancia entre dos puntos consecutivos que están en fase. Ídem para dos puntos consecutivos que estén en oposición de fase.

c) Calcula la velocidad de un punto de la cuerda que se encuentra a 4 m del extremo 6 s después de que se iniciara la perturbación.

d) ¿Cómo podríamos conseguir que disminuyera la longitud de onda en la cuerda?

a) Para poder escribir la ecuación de la onda hay que conocer todas sus características.

La amplitud $A = 20$ cm (la mitad de la distancia entre las posiciones extremas).

La frecuencia es el número de oscilaciones en 1 segundo, luego $f = 40/10 = 4$ Hz.

El período es la inversa de la frecuencia $T = 1/4 = 0{,}25$ s.

La velocidad de la onda v = distancia recorrida/tiempo empleado = 6/0,5 = 12 m/s.

La longitud de onda $\lambda = v\,T = 12 \cdot 0{,}25 = 3$ m.

La fase inicial es cero pues en el instante inicial se encuentra en la posición de equilibrio.

La ecuación de la onda es: $$y_{x,t} = A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0{,}2\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{0{,}25} - \frac{x}{3}\right)$$

b) La distancia entre dos puntos consecutivos que están en fase es 3 m, igual a la longitud de onda.

La distancia entre dos puntos consecutivos en oposición de fase es 1,5 m, igual a media longitud de onda.

c) Hay que distinguir entre la velocidad de un punto de la cuerda y la velocidad de propagación de la onda en la cuerda. Para calcular la velocidad de un punto hacemos la derivada de la posición con respecto al tiempo, y luego se sustituye $x = 4$ m y $t = 6$ s.

$$v_{x,t} = \frac{dy_{(x,t)}}{dt} = 0{,}2\frac{2\pi}{0{,}25}\cos 2\pi\left(\frac{6}{0{,}25} - \frac{4}{3}\right) = 5{,}027\cos 45{,}33\pi = -2{,}5 \quad \text{m/s}$$

d) Para que disminuya la longitud de onda $\lambda = v/f$ debe disminuir la velocidad o aumentar la frecuencia. Aumentar la frecuencia supone provocar más oscilaciones cada segundo, lo que podemos hacer agitando más rápidamente el extremo de la cuerda. Para que disminuya la velocidad de la onda en la cuerda, (no confundir con la velocidad de un punto de la cuerda), habría que disminuir la tensión o coger una cuerda cuya masa por unidad de longitud fuese mayor.

A.10.- Una onda avanza con velocidad de 32 m/s. La amplitud es de 2,3 cm y la frecuencia 60 Hz. Suponiendo que en origen y en el instante inicial la elongación fuera máxima, calcula: la elongación, velocidad y aceleración de un punto que dista 16 m del foco 0,5 s después de que el foco comience a vibrar.

$y = 0{,}023$ m; $v = 0$ m/s; $a = -3269$ m/s^2

A.11.- Una cuerda de 60 cm tiene uno de los extremos (que llamamos A) unido a un vibrador que le produce a ese extremo un MAS de amplitud 1,0 cm y frecuencia 100 Hz. El otro extremo está unido a un dispositivo que impide la reflexión de las ondas. Si en el instante $t = 0$ el extremo A está en su posición de equilibrio y consideramos que su desplazamiento de subida se toma como sentido positivo, dar la expresión de la elongación de A en función del tiempo.

$y_A = 0{,}01$ sen $(200\,\pi\,t)$

Si la perturbación se propaga con una velocidad de 30 m/s, calcula:

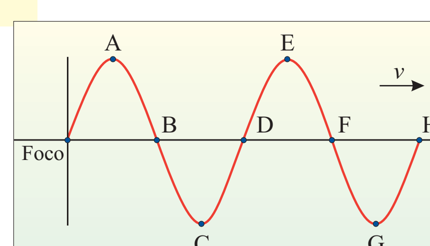
a) La longitud de onda.

b) La expresión de la elongación de un punto B situado a 45 cm de A.

c) La velocidad de ese punto 2,35 s después de que el punto A empezase a vibrar.

$\lambda = 0{,}30$ m; $y_B = 0{,}01$ sen $2\pi\,(100\,t - 1{,}5)$; $v_B = -\,6{,}28$ m/s

A.12.- En el dibujo podemos observar una onda transversal «congelada» dirigiéndose hacia la derecha en un instante determinado. Señala puntos que estén en concordancia de fase y otros en oposición de fase con respecto a los puntos A, B y C señalados.



3 ENERGÍA E INTENSIDAD EN LAS ONDAS

El movimiento ondulatorio puede ser definido como la transmisión de energía sin transmisión de materia. La energía se aporta en el foco y se transmite a todos los puntos a los que llega la onda.

La energía que transmite el sonido la aportan las personas que tocan la trompeta

Potencia e intensidad de la onda

Llamamos **potencia de la onda** a la energía transmitida por unidad de tiempo.

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

La potencia de la onda será igual a la potencia suministrada al foco. (Por ahora suponemos que no hay transferencia de energía al medio en el que se propaga la onda).

Si se trata de una onda armónica, cada punto del medio (mejor, cada unidad de volumen) podemos considerar que realiza un MAS. Puede demostrarse que la energía que corresponde a esa unidad de volumen es proporcional al cuadrado de la amplitud*.

$$E_{volumen} \propto A^2$$

* La energía depende también de otros factores, como puede ser la frecuencia, pero no los tendremos en cuenta pues son factores que no cambian mientras que no cambiemos de medio de propagación.

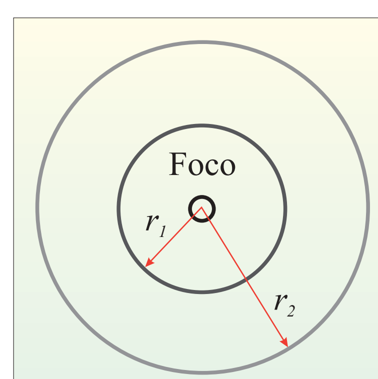
La mayoría de las ondas, como sucede con el sonido emitido por una sirena o con la luz emitida por una lámpara, se propagan en las tres direcciones del espacio de forma que la energía aportada por el foco se distribuye en volúmenes cada vez mayores, y por lo tanto «atraviesa» superficies cada vez mayores. Interesa una magnitud que represente la energía transmitida por unidad de superficie y unidad de tiempo en un movimiento ondulatorio, o lo que es lo mismo, la potencia transmitida por unidad de superficie. Esa magnitud recibe el nombre de **intensidad de la onda**, siendo su unidad el W/m^2.

$$I = \frac{\text{energía asociada a la onda}}{\text{superficie atravesada} \cdot \text{tiempo}} = \frac{\Delta E}{S\ \Delta t}$$

Como ejemplo la intensidad de un sonido medio puede ser de 10^{-6} W/m^2 mientras que la intensidad de la luz que llega a la superficie de la Tierra procedente del Sol es, en un día soleado, de unos 1000 W/m^2.

Atenuación de una onda

Puesto que la energía emitida por el foco se debe distribuir por superficies cada vez mayores, a los puntos que se encuentran alejados del foco les llega menos energía por unidad de área transversal a la dirección de propagación de la onda.



Si I_1 e I_2 son las intensidades de una onda esférica a las distancias r_1 y r_2 del foco y puesto que se debe cumplir el principio de conservación de la energía, tendremos:

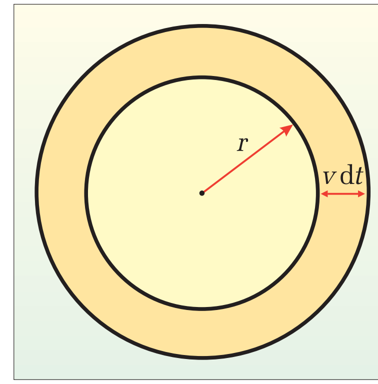
Energía que atraviesa la superficie 1 = Energía que atraviesa la superficie 2

$$I_1 4\pi r_1^2 \Delta t = I_2 4\pi r_2^2 \Delta t$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Es decir, la intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco suponiendo que la onda es esférica.

Una consecuencia de ese aumento de volumen en el que se va distribuyendo la energía del movimiento ondulatorio es que la amplitud del mismo disminuye con la distancia al foco. Podemos demostrarlo cualitativamente como sigue:



La energía dE emitida por el foco en un tiempo dt es d$E = P \cdot$dt. En ese tiempo, el aumento del volumen alcanzado por la onda es d$V = 4\,\pi r^2\, v\,$dt, siendo v la velocidad de propagación de la onda. La energía que corresponde a cada unidad de volumen será:

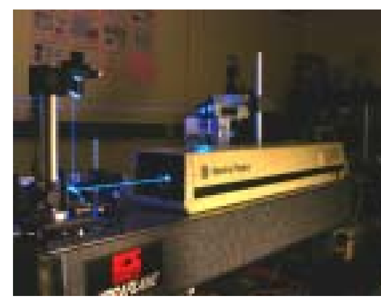
$$E_{\text{volumen}} = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \frac{P\,\mathrm{d}t}{4\pi r^2 v\,\mathrm{d}t} \propto \frac{1}{r^2}$$

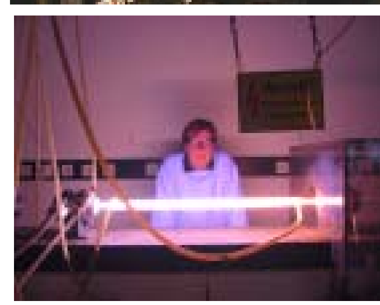
La energía que corresponde a cada unidad de volumen es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco.

Puesto que sabemos que la energía de la unidad de volumen es proporcional al cuadrado de la amplitud, podemos concluir que el cuadrado de la amplitud es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco. Podemos recoger lo anterior en las expresiones siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} E_{\text{volumen}} \propto A^2 \\ E_{\text{volumen}} \propto \dfrac{1}{r^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad A^2 \propto \frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow \quad A^2 r^2 \propto cte \quad \Rightarrow \quad A_1^2 r_1^2 = A_2^2 r_2^2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$





Una onda que se propaga en una cuerda no sufre atenuación pues la superficie de propagación es siempre la misma

Por lo tanto, en una onda esférica se produce una disminución de la amplitud (A) de su oscilación conforme se aleja del foco, lo que provoca que disminuyan los efectos observables. Se dice que **la onda se va atenuando**.

Lo anterior es válido para todo tipo de ondas esféricas. Así, cuando se emite luz por un cuerpo, la intensidad de la luz disminuye conforme nos alejamos del foco. Llega incluso un momento en el que la luz no es percibida por el ojo, ya que el ojo, como cualquier detector, tienen un límite para su sensibilidad.

La única forma de conseguir que no disminuya la amplitud de la onda, es evitar que ésta se distribuya por una superficie cada vez mayor. Una de las ventajas de la luz emitida por un láser es que se puede propagar de forma «compacta», en un haz luminoso en forma de cilindro con área constante. De esta forma, la intensidad es igual en puntos lejanos al foco que en puntos cercanos a éste.

Absorción de la onda

Otra causa de la disminución de la amplitud de una onda es la **absorción** de energía de la onda por el medio. Cuando el sonido se propaga en el aire, parte de su energía es absorbida por las moléculas de nitrógeno y de oxígeno. Cuando la luz atraviesa un cristal, una parte de la energía es absorbida por el cristal.

A.13.- ¿Por qué se captan mejor las emisiones de radio en zonas próximas a las emisoras que en zonas lejanas? ¿Cuál es la finalidad de las antenas parabólicas? ¿Qué ocurre con la energía del sonido que es absorbida por el medio? Se produce una explosión en el aire que libera una energía de 5000 J en una centésima de segundo. Calcula la intensidad de la onda a 50 m y a 100 m de la explosión.

$I_{50} = 15{,}92$ W/m^2; $I_{100} = 3{,}98$ W/m^2

3.1 Intensidad del sonido

El oído humano puede percibir sonidos de intensidad mayor de 10^{-12} W/m^2, llamada intensidad umbral (I_0). Resulta interesante utilizar la magnitud llamada nivel de intensidad del sonido, β, que se define de la forma siguiente:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

La intensidad del sonido β, se mide en decibelios (dB).

Cero decibelios corresponde a una intensidad física de 10^{-12} W/m^2, Una intensidad física de 1 W/m^2 produce una sensación dolorosa. Su valor en decibelios es:

$$\beta = 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 120 \text{ dB}$$

Valores superiores a 120 dB pueden producir lesiones orgánicas.

La percepción del sonido es una sensación relacionada con la intensidad del sonido y con su frecuencia. La intensidad de la sensación fisiológica se denomina **sonoridad**. La sonoridad depende de la intensidad del sonido y de su frecuencia. Las frecuencias mejor captadas son las comprendidas entre 1000 y 5000 Hz. Tanto los sonidos de menor frecuencia (muy graves) como los de mayor frecuencia (muy agudos) son percibidos como de una intensidad menor a la que correspondería a un sonido de la misma intensidad pero de frecuencia intermedia. Como ejemplo podemos decir que un sonido de 40 dB cuya frecuencia sea de 1000 Hz es percibido con la misma intensidad sonora que un sonido de cerca de 70 dB y frecuencia 100 Hz.

A.14.- a) ¿Qué intensidad física le corresponde a un sonido de 60 decibelios?

b) Un altavoz emite un sonido con una potencia de 40 vatios. Si suponemos que ese sonido se propaga en todas las direcciones del espacio, calcula la intensidad física a una distancia de 4 m del altavoz. ¿Cuál será su nivel de intensidad del sonido?

a) $I = 10^{-6}$ W/m^2; b) $I = 0{,}2$ W/m^2; ß = 113 dB

3.2 Ondas esféricas

La ecuación de la onda propuesta en apartados anteriores es válida para ondas que se propagan linealmente, lo que permite suponer que la amplitud es constante, si no hay absorción en el medio en que se propaga. Un caso más general de propagación es el de las ondas esféricas en las que la energía que se aporta en el foco se distribuye en las tres direcciones del espacio, como ocurre con el sonido en el aire o con la luz emitida por una bombilla.

En estos casos, no podemos considerar que la amplitud sea la misma conforme nos alejamos del foco. Si como ejemplo nos referimos a un sonido de 1000 Hz que se desplaza en el aire a 340 m/s (lo que supone que su longitud de onda es de 0,34 metros), suponiendo que se produce en un foco esférico de radio r_0 con amplitud de 0,002 atm y despreciando la absorción de la onda por el medio, escribiremos:

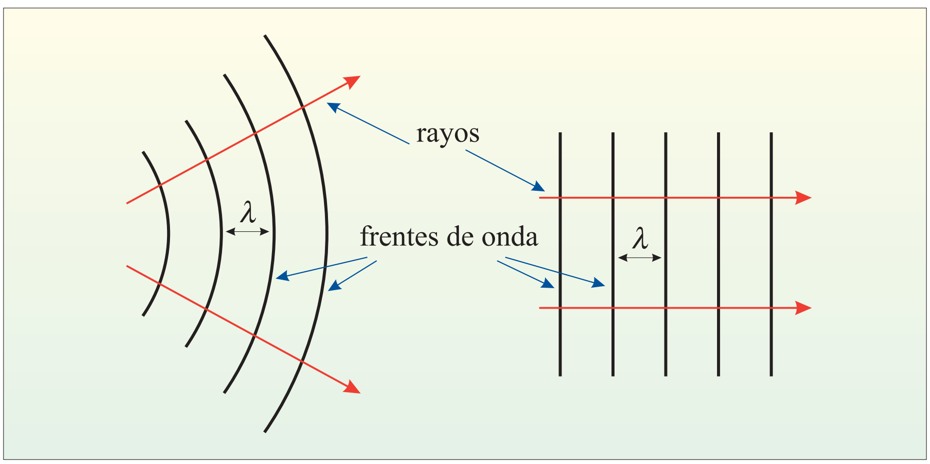
$$\Delta P = \Delta P_{\max} \frac{r_0}{r} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{0{,}001} - \frac{r}{0{,}34} \right) = 0{,}002 \frac{r_0}{r} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{0{,}001} - \frac{r}{0{,}34} \right)$$

La ecuación de la onda, sea la anterior u otra semejante, debe recoger que la amplitud va disminuyendo en función de la distancia r del punto al foco.

Los puntos que equidistan del foco son alcanzados por la perturbación en el mismo momento, por lo que estarán en fase, es decir, que tendrán en cada momento el mismo valor de la magnitud que se propaga. A la superficie constituida por todos esos puntos que están a la misma distancia del foco (que en el caso de una onda esférica se trata de una superficie esférica centrada en el foco) se le llama **frente de ondas.**

En ocasiones se representan las ondas mediante frentes de ondas, separados entre sí la distancia de una longitud de onda. Cuando el frente de onda representado esté suficientemente alejado del foco, el radio de la superficie esférica será grande de forma que la curvatura será pequeña lo que permite, a veces, representar el frente de onda como si fuera plano.

A veces resulta más cómodo representar unas líneas que son perpendiculares al frente de ondas y que indican la dirección de propagación. A esas líneas se les llama **rayos** y son muy utilizadas en la representación de la propagación de la luz, sobre todo en la llamada óptica geométrica.



4 FENÓMENOS ONDULATORIOS. INTERFERENCIAS

La propagación de ondas en un medio puede dar lugar a fenómenos característicos, no explicables suponiendo que la energía es transportada al mismo tiempo que la materia. Fueron precisamente la existencia de estos fenómenos, lo que provocó la necesidad del modelo ondulatorio para poder explicarlos.

Hablamos de interferencias cuando a un punto llegan simultáneamente dos o más ondas.

Principio de superposición

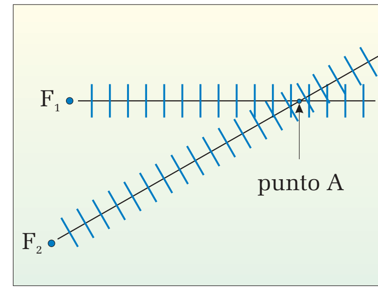
La onda resultante es la suma algebraica de las dos o más ondas que llegan a un punto del medio. Después de interferir, las ondas no sufren modificaciones y siguen propagándose con la misma dirección y sentido que tenían antes de encontrarse, como si hubiesen sido independientes.

El caso más simple lo constituye la interferencia de dos ondas de la misma frecuencia procedentes de dos focos sincronizados (es decir, que están en concordancia de fase o cuyas fases mantienen una diferencia constante). Las llamamos **ondas coherentes**.

La forma en la que interfieren las ondas es un rasgo que diferencia al movimiento ondulatorio del movimiento de las partículas consideradas individuales.

Supongamos el caso del dibujo. La perturbación en el punto A será la suma de las perturbaciones provocadas por F_1 y F_2. Se cumplirá que:

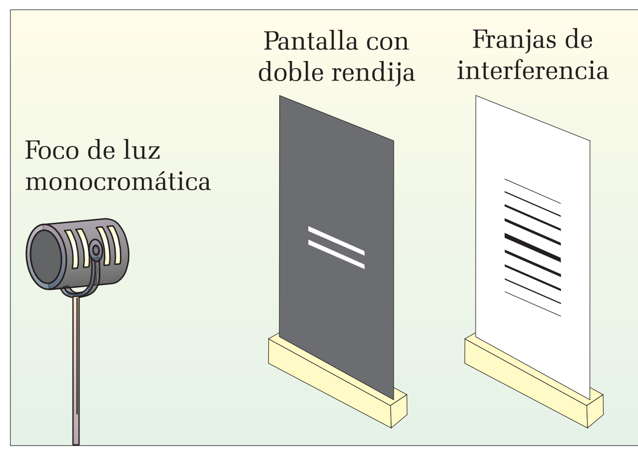
$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A_1 \operatorname{sen}(\omega t - k x_1) \\ y_2 &= A_2 \operatorname{sen}(\omega t - k x_2) \end{aligned}\right\} \qquad y_A = y_1 + y_2$$



Cuando la perturbación producida por el foco F_1 en el punto A esté en fase con la perturbación producida por el foco F_2 en el mismo punto A se produce lo que se llama una **interferencia constructiva,** en la que la amplitud de la perturbación resultante es $A_1 + A_2$, mientras que si las perturbaciones producidas en el punto A por ambos focos están en oposición de fase, la amplitud de la perturbación resultante será la diferencia entre ambas, $A_1 - A_2$, lo que se llama **interferencia destructiva.**

Puede darse el caso de que la interferencia destructiva llegue a ser total, anulando totalmente la perturbación procedente de un foco el efecto producido por la perturbación procedente del otro foco. Es fácil de entender en el caso del sonido, pues si en un momento dado la perturbación procedente del foco F_1 produce una sobrepresión de + 0,001 atm mientras que la perturbación procedente del otro foco produce una depresión de – 0,001 atm, el efecto combinado de ambas será no cambiar la presión respecto a la que haya normalmente debido a la presión atmosférica.

También podemos obtener interferencias destructivas y constructivas en el caso de la luz. La experiencia puede llevarse a cabo haciendo pasar luz procedente de un foco a través de dos rendijas finas y observando las figuras de interferencia producidas sobre una pantalla posterior. En ella se podrán ver zonas donde la luz se refuerza y otras donde se debilita. Es difícil observar la interferencia destructiva total pues se necesitan dos focos que emitan ondas de la misma frecuencia y misma amplitud. Ni un sonido procedente de una fuente normal ni la luz blanca habitual cumplen las condiciones anteriores pues están constituidas por un conjunto de ondas de diferentes frecuencias.



A.15.- Compara lo que ocurre cuando a un mismo punto del espacio llegan dos rayos luminosos con lo que ocurre cuando a un mismo punto del espacio llegan dos bolas de billar.

A.16.- En una cuerda se están propagando dos pulsos en sentidos contrarios. Dibuja lo que ocurrirá cuando ambos pulsos lleguen a encontrarse para cada uno de los casos siguientes:

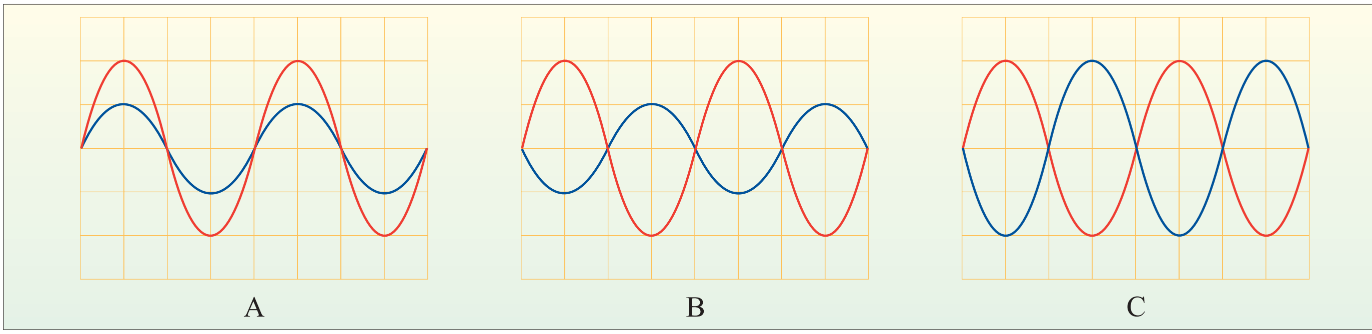
a) Los pulsos tienen la misma amplitud y modifican la forma de la cuerda en el mismo sentido.

b) Uno tiene doble amplitud que el otro y modifican la forma de la cuerda en el mismo sentido.

c) Ambos tienen la misma amplitud pero modifican la forma de la cuerda en sentidos contrarios.

d) Un pulso tiene doble amplitud que el otro y modifican la forma de la cuerda en sentidos contrarios.

A.17.- Dibuja la onda resultante, en un instante determinado, de la interferencia de ondas de la misma frecuencia, dirección y sentido en los casos siguientes:



Para que dos ondas coherentes (emitidas por focos que están en fase), produzcan en un punto **interferencia constructiva máxima** se debe cumplir que $y_1 = y_2$, siendo y_1 e y_2 las perturbaciones producidas por cada onda en ese punto en un instante dado. Suponiendo que ambas tienen la misma amplitud, la condición anterior se cumple cuando $(\omega t - k\,x_2) - (\omega t - k\,x_1) = n\,2\pi$ siendo n un número entero. Operando en la ecuación anterior y puesto que $k = 2\pi/\lambda$ se llega a que la condición para que se produzca:

Interferencia constructiva máxima: $x_1 - x_2 = n\lambda \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$

Para que dos ondas coherentes produzcan **interferencia destructiva total** en un punto se debe cumplir que $y_1 = -y_2$. Eso supone que: $(\omega t - k\,x_2) - (\omega t - k\,x_1) = (2n+1)\,\pi$. Operando de forma similar se llega a que la condición para que se produzca:

Interferencia destructiva total: $x_1 - x_2 = (2n+1)\dfrac{\lambda}{2} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$

A.18.- Experiencias de producción de interferencias (realización práctica y/o observación en el vídeo).

A.19.- Interpreta las ecuaciones que expresan las condiciones para que se produzcan interferencias constructivas o destructivas.

A.20.- ¿Por qué no se observa en la vida diaria que la suma de dos sonidos sea silencio? ¿Por qué no se observa que la suma de dos luces sea igual a oscuridad?

4.1 Las pulsaciones: otro caso de interferencias

Un fenómeno de interferencia curioso ocurre cuando las frecuencias de las ondas que interfieren no son exactamente iguales sino que son ligeramente diferentes. Eso da lugar a un fenómeno conocido como **pulsaciones** en el que la onda resultante, producida por la interferencia de las otras dos ondas de frecuencias diferentes, no tiene una amplitud constante sino que su amplitud aumenta y disminuye con el tiempo. En este caso, las ecuaciones que se deben sumar para calcular el valor de la perturbación total en un punto son:

$$y = y_1 + y_2 \qquad \begin{cases} y_1 = A_1 \,\text{sen}(\omega_1 t - kx_1) \\ y_2 = A_2 \,\text{sen}(\omega_2 t - kx_2) \end{cases}$$

En el laboratorio se pueden obtener pulsaciones sonoras, conseguidas al hacer interferir ondas producidas por dos diapasones de frecuencias ligeramente distintas.

4.2 Ondas estacionarias

Si agitamos el extremo de una cuerda o el de un muelle mientras mantenemos fijo el otro, se propagará una onda del extremo agitado al fijo, en donde se reflejará y regresará al punto de partida. Si hacemos que la cuerda siga en vibración, será recorrida por ondas en ambos sentidos y la onda producida que se mueve en un sentido interferirá con la reflejada que lo hace en sentido contrario. Normalmente, el resultado de la interferencia será un revoltijo y la cuerda en su conjunto oscilará muy débilmente.

Solamente cuando hacemos vibrar la cuerda con la o las frecuencias adecuadas, la onda que se propaga en un sentido y su reflejada interfieren de una forma peculiar produciendo una **onda estacionaria**. Esta situación se caracteriza porque hay puntos que vibran con una gran amplitud, llamados **vientres***, mientras que hay otros que no vibran nada, llamados **nodos**. Cada uno de los puntos de la cuerda, excepto los nodos, se comporta como un oscilador armónico con un MAS con una amplitud diferente según su posición.

* Ciertos autores denominan **antinodos** a lo que aquí se denomina **vientres**.

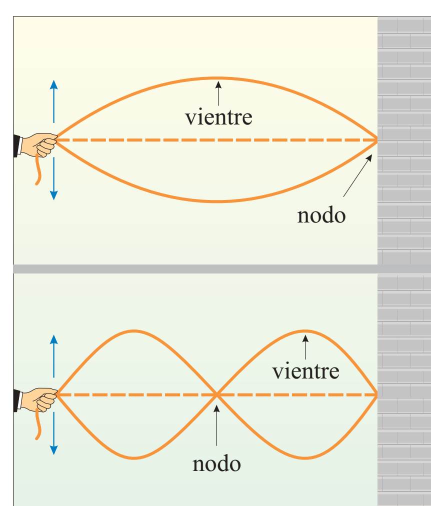
Los vientres se forman en aquellos puntos en los que existe interferencia constructiva, mientras que los nodos corresponden a puntos en los que la interferencia es destructiva.

Además de los nodos y los vientres, los otros puntos de la cuerda vibran cada uno con una amplitud diferente, comprendida[3] entre 0 y $2A$, siendo A la amplitud de una de las ondas que se propagan en la cuerda. Esto es una diferencia fundamental con el aspecto de una onda normal, en la que la amplitud es la misma para todos los puntos, y no diferente de un punto a otro. En una onda estacionaria no se puede hablar de sentido de propagación y no hay transporte neto de energía de un punto a otro si el sistema estacionario no pierde energía. Una onda estacionaria no es una onda normal, sino que es el resultado de la interferencia de dos ondas.

Producida una onda estacionaria no es necesario seguir aportando energía para mantenerla a no ser que se transfiera energía al medio circundante (es lo que ocurre cuando vibra una cuerda de guitarra).

A.21.- Observación en el vídeo de la producción de ondas estacionarias.

Aunque hemos supuesto que las ondas estacionarias se forman al interferir una onda con su reflejada, esta condición no es estrictamente necesaria. Basta con que la interferencia sea entre dos ondas de las mismas características: amplitud, frecuencia y velocidad, que llegan a un punto propagándose en sentidos contrarios.



Puede hacerse un tratamiento matemático para llegar a la ecuación de la onda estacionaria. Se trata de sumar los efectos producidos por las dos ondas cuya interferencia da lugar a la onda estacionaria. Las ecuaciones a sumar son:

$$y_1 = A \text{ sen } (\omega t - k x) \qquad y_2 = -A \text{ sen } (\omega t + k x)$$

El signo + en la ecuación de la segunda onda se debe a que el sentido de propagación en ella es justo al contrario al de la onda original. Si la perturbación original llega al punto en cuestión t' segundos después de que el foco comience a vibrar, la onda reflejada llega a ese punto t' segundos antes de llegar al foco. De ahí que en un caso, en la ecuación de ondas aparezca un signo negativo mientras que en la de la onda reflejada aparece un signo positivo.

[3] La amplitud de los vientres en las ondas estacionarias puede llegar a ser más de $2A$, en el supuesto de que se siga aportando energía sincrónicamente en el extremo de la cuerda. De esa forma, se van sumando más ondas y la amplitud sigue creciendo, hasta el punto que la energía disipada por el rozamiento con el aire sea igual a la que se le está suministrando.

La perturbación resultante será la suma de ambas perturbaciones. Realizada la suma se obtiene que la elongación de cada punto de la cuerda en cada instante viene dada por la ecuación*:

$$y = 2A \operatorname{sen}(kx)\cos(\omega t)$$

Todos los puntos vibran con la misma fase (ωt) aunque cada uno con una amplitud diferente $2A$sen (kx) que depende de su posición. Las posiciones de los nodos y vientres son:

nodos: puntos con amplitud nula

$$2A\operatorname{sen}(kx) = 0 \quad \rightarrow \quad kx = n\pi \quad \rightarrow \quad x = n\frac{\lambda}{2}$$

vientres: puntos con amplitud máxima, es decir $2A$

$$2A\operatorname{sen}(kx) = 2A \quad \rightarrow \quad kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

La distancia entre dos nodos o dos vientres consecutivos es igual a media longitud de onda de la onda original.

A.22.- Demuestra que la distancia entre dos nodos consecutivos, o entre dos vientres consecutivos, es igual a media longitud de la onda original.

* En ocasiones podemos encontrar como ecuación representativa de una onda estacionaria la siguiente:

$$y = 2A\cos(kx)\operatorname{sen}(\omega t)$$

Es igual de válida que la que nosotros utilizaremos, pues también nos informa que todos los puntos vibran con la misma fase (ωt) aunque cada uno con amplitud diferente $2A\cos(kx)$ que depende de su posición.

EJEMPLO

En una cuerda tensa se tiene una onda de ecuación: $y(x,t) = 5\cdot10^{-2}\operatorname{sen}(10\pi\,x)\cos(40\pi\,t)$ (unidades SI).

a) Razona las características de las ondas cuya superposición da lugar a la onda dada y escriba sus ecuaciones.

b) Calcula la distancia entre nodos y la velocidad de un punto de la cuerda situado en la posición $x = 0{,}015$ m en el instante $t = 9/8$ s.

a) La ecuación corresponde a una onda estacionaria. Las características de las ondas cuya superposición ha dado lugar a esa onda se pueden obtener comparando su ecuación con la ecuación general de una onda estacionaria.

$$\left.\begin{array}{l} y(x,t) = 5\cdot10^{-2}\operatorname{sen}(10\pi x)\cos(40\pi t) \\ y(x,t) = 2A\operatorname{sen}(kx)\cos(\omega t)\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2A = 0{,}05 \rightarrow A = 0{,}025\text{ m} \\ k = 10\pi\text{ m}^{-1} \rightarrow \lambda = 0{,}2\text{ m} \\ \omega = 40\pi\text{ s}^{-1} \rightarrow T = 0{,}05\text{ s}\end{array}\right.$$

Las ecuaciones de las ondas cuya superposición daría lugar a esa onda estacionaria serían:

$$y_1 = 0{,}025\operatorname{sen}(40\pi t - 10\pi x) \qquad y_2 = -0{,}025\operatorname{sen}(40\pi t + 10\pi x)$$

También podríamos calcular la velocidad de propagación de esas ondas:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}2}{0{,}05} = 4\text{ m/s}$$

b) Puesto que la distancia entre nodos consecutivos es media longitud de onda, sería de 10 cm.

La velocidad de un punto de la cuerda es diferente a la velocidad de propagación de las ondas. Para calcularla deberemos derivar con respecto al tiempo la ecuación de la posición del punto del que queremos calcular su velocidad. Para el punto cuya posición $x = 0{,}015$ m, su elongación es:

$$y(0{,}015,t) = 5\cdot10^{-2}\operatorname{sen}(10\pi\cdot0{,}015)\cos(40\pi t) = 0{,}022\cos(40\pi t)$$

Así pues:

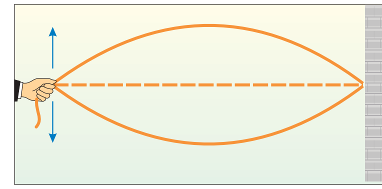
$$v(0{,}015,t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}022\cdot40\pi\operatorname{sen}(40\pi t) = -2{,}76\operatorname{sen}(40\pi t)$$

$$v(0{,}015,9/8) = -2{,}76\operatorname{sen}(40\pi\cdot9/8) = 0\text{ m/s}$$

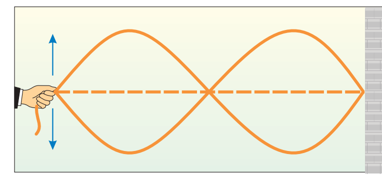
Frecuencias de resonancia

La formación de ondas estacionarias no ocurre para todas las frecuencias. Se denominan **frecuencias propias o frecuencias de resonancia** aquellas a las que se originan las ondas estacionarias. Esas frecuencias dependen del sistema en cuestión.

Supongamos una cuerda que está sujeta por un extremo y que se le hace vibrar en el otro extremo. En las figuras adjuntas observamos que se producen ondas estacionarias cuando las longitudes de onda cumplen que:



$$1\frac{\lambda}{2} = L$$



$$2\frac{\lambda}{2} = L$$

$$n\frac{\lambda_n}{2} = L \quad \rightarrow \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad n = 1, 2, \ldots$$

Teniendo en cuenta la relación entre la longitud de onda y la frecuencia:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L} = nf_1$$

Para $n = 1$ obtenemos lo que se llama **frecuencia fundamental.** El resto de frecuencias posibles son los sobretonos. A todas estas frecuencias se les suele llamar **armónicos**, siendo la frecuencia fundamental el primer armónico. El primer sobretono o segundo armónico se da para $n = 2$. Para $n = 3$ obtendremos el tercer armónico (segundo sobretono) y así sucesivamente.

La frecuencia de cada armónico es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental. Se dice que los valores de las frecuencias de resonancia están **cuantizados.** Eso quiere decir, que no es posible cualquier valor, sino que sólo pueden existir aquellos que son múltiplos enteros de un determinado valor fundamental. El valor fundamental depende de la velocidad de la onda y de la longitud de la cuerda.

A.23.- Una cuerda de guitarra de 80 cm, sujeta por ambos extremos, tiene una densidad y está sometida a la tensión correspondiente para que por ella pueda propagarse una onda con velocidad de 1000 m/s.

a) Calcula la longitud de onda y la frecuencia fundamental de vibración para que se produzca una onda estacionaria.

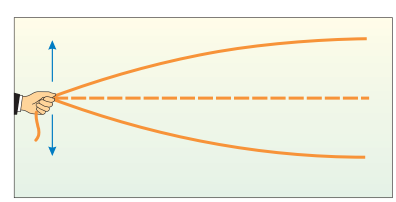
b) Calcula la longitud de onda y frecuencia para que se produzca una onda estacionaria con tres nodos (uno en cada extremo y otro en el centro).

c) Calcula la longitud de onda y frecuencia para que se produzca una onda estacionaria con seis nodos.

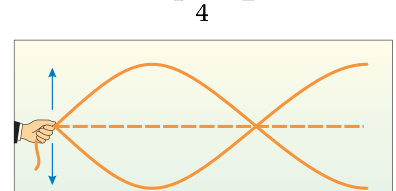
d) Comprueba que se cumple la relación entre las frecuencias de cada armónico y la frecuencia fundamental.

a) $\lambda = 1{,}6$ m; $f = 625$ Hz; b) $\lambda = 0{,}8$ m; $f = 1250$ Hz; c) $\lambda = 0{,}32$ m; $f = 3125$ Hz

Supongamos ahora una cuerda con un extremo libre y que se le hace vibrar en el otro extremo. En las figuras adjuntas observamos que se producen ondas estacionarias cuando las longitudes de onda cumplen que:



$$1\frac{\lambda}{4} = L$$



$$3\frac{\lambda}{4} = L$$

$$(2n-1)\frac{\lambda_n}{4} = L \quad \rightarrow \quad \lambda_n = \frac{4L}{2n-1} \qquad n = 1, 2, \ldots$$

Teniendo en cuenta la relación entre la longitud de onda y la frecuencia:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = (2n-1)\frac{v}{4L} = (2n-1)\,f_1$$

En este caso las frecuencias también están cuantizadas. Los valores de las frecuencias de los armónicos son múltiplos impares de la frecuencia fundamental o del primer armónico.

A.24.- a) Dibuja el aspecto de una onda estacionaria producida en una cuerda con un extremo fijo, nodo, y el otro extremo libre, vientre. Entre ambos extremos hay otro nodo. Si la longitud de la cuerda es de 60 cm, ¿cuál será la longitud de onda que da lugar a esa onda estacionaria producida en la cuerda?

b) En un tubo que está abierto por los dos extremos se producen ondas estacionarias que tienen vientres en ambos extremos del tubo. Dibuja qué aspecto tendría el modo fundamental de vibración, así como el segundo, el tercero y el cuarto armónico. Si la longitud del tubo es de 60 cm, y la velocidad del sonido en el aire de 340 m/s, ¿cuáles serían las frecuencias correspondientes?

a) $\lambda = 80$ cm; b) $f_o = 283{,}3$ Hz; $f_1 = 566{,}7$ Hz; $f_2 = 850$ Hz; $f_3 = 1133{,}3$ Hz

Aunque sólo hemos hablado de ondas estacionarias en una cuerda, las ondas estacionarias pueden producirse con cualquier tipo de ondas. Pueden producirse en ondas superficiales y en ondas esféricas. Todos los instrumentos de música producen ondas estacionarias y pueden también producirse en las ondas electromagnéticas, etc.

Diferencias entre una onda viajera y una onda estacionaria

* Respecto a la amplitud. En una onda viajera todos los puntos tienen la misma amplitud (si no tenemos en cuenta la atenuación o la posible absorción por el medio). En la onda estacionaria cada punto tiene una amplitud.

* En cuanto a la fase. En la onda viajera cada punto tiene una fase distinta. En la onda estacionaria todos los puntos están en fase.

* En cuanto a la energía. En la onda viajera se transmite energía en el sentido de propagación de la onda. En la onda estacionaria no hay propagación de energía.

Cálculo de la velocidad del sonido en diferentes medios gaseosos

El tubo de Kundt es un aparato que se utiliza para medir la velocidad del sonido en medios diferentes. Consiste en un tubo de cristal, abierto por los dos extremos, en el que se deposita con cuidado un hilo fino de serrín o cualquier otra sustancia muy ligera. En el interior del tubo se produce una onda estacionaria con la ayuda de un foco sonoro de frecuencia conocida, y apropiada para producir esa onda estacionaria (lo mejor es disponer de un foco sonoro de frecuencia variable de forma que se pueda cambiar la frecuencia hasta conseguir que el efecto sea muy intenso).

Los nodos se pueden observar muy bien porque son aquellos puntos donde el serrín no se expande, mientras que los vientres son aquellos puntos en los que el serrín se esparce más. Experimentalmente se puede determinar la distancia entre dos nodos consecutivos, que como sabemos es igual a media longitud de onda, lo que permite calcular la longitud de onda. Conocida la longitud de onda y la frecuencia se puede calcular fácilmente la velocidad.

Por ejemplo, si la distancia entre dos nodos consecutivos en un tubo de Kundt que se encuentra lleno de un gas que no es aire es de 27 cm, cuando se produce una onda estacionaria mediante un sonido de 1200 Hz, el cálculo de la velocidad del sonido en ese gas sería como sigue:

La distancia entre dos nodos consecutivos es igual a $\lambda/2$.

Así pues, $\lambda = 2 \cdot 27 = 54$ cm.

La velocidad $v = \lambda f = 0{,}54 \cdot 1200 = 648$ m/s.

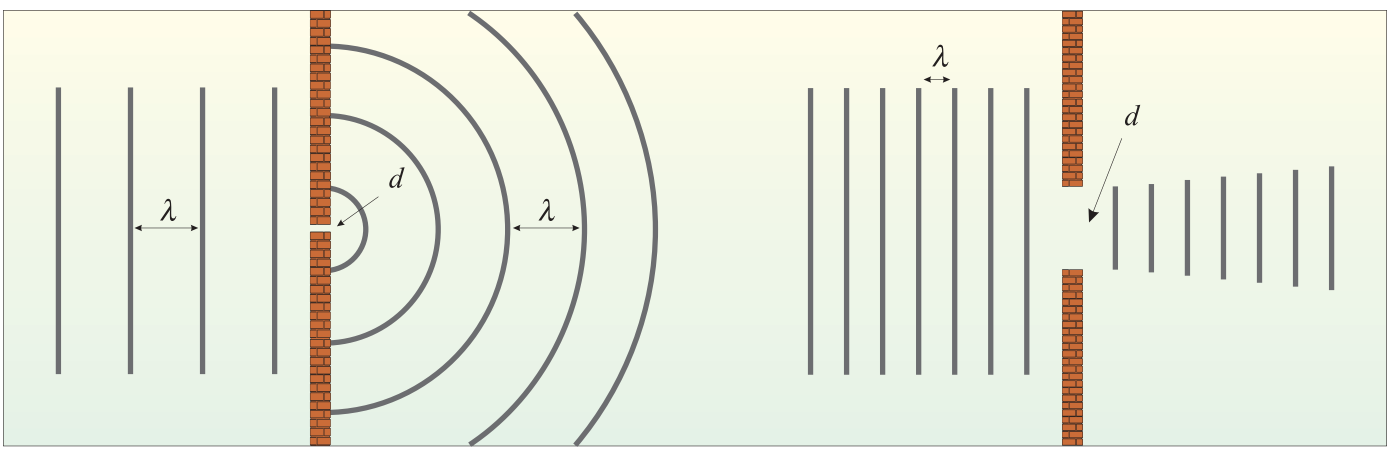
5 LA DIFRACCIÓN

Cuando una onda se encuentra con un obstáculo agujereado (rendija en un muro) o un cuerpo aislado, la onda pasa la rendija ocupando todo el espacio posterior a ella o, en el caso de un obstáculo, lo rodea y pasa a la zona situada tras él. Este fenómeno típico de las ondas recibe el nombre de **difracción**. La magnitud de la difracción depende de la relación entre la longitud de onda de la onda que se propaga y el tamaño del obstáculo o de la rendija.

Si la longitud de onda es semejante o mayor que el tamaño de la rendija, la onda pasa al otro lado ocupando prácticamente la totalidad del espacio. Da la impresión de que la onda supera el obstáculo como si no estuviera o bien que la rendija es un nuevo foco de la onda.

Si la longitud de onda es bastante menor que el tamaño de la rendija, la onda pasa prácticamente sin difracción, es decir sólo se transmite al otro lado del muro por la parte correspondiente al frente del agujero. Es decir, la onda no puede bordear el obstáculo. En realidad, se produce una difracción bastante débil en las esquinas de la rendija.

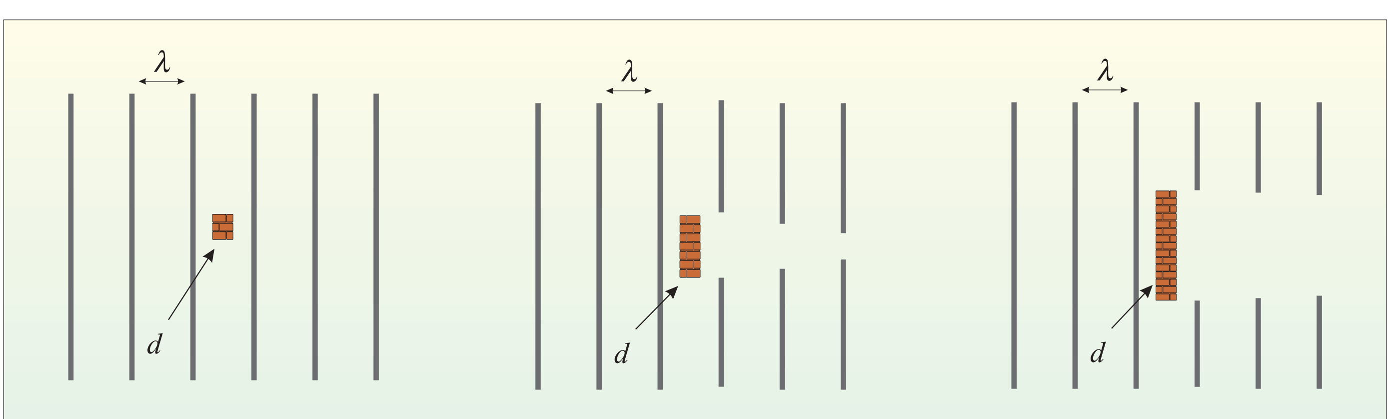
	Rendija
$\lambda \geq d$	hay difracción
$\lambda << d$	no hay difracción



Si en lugar de una rendija, lo que hacemos es poner un obstáculo al paso de las ondas, los fenómenos de difracción también están relacionados con la relación entre la longitud de onda y el tamaño del obstáculo.

Si la longitud de onda es bastante mayor que el obstáculo, la difracción es total y la onda parece bordear perfectamente el obstáculo. Si la longitud de onda es del mismo orden que el tamaño del obstáculo la difracción es parcial, y cuando el obstáculo es mayor que la longitud de onda se convierte en un impedimento insalvable, produciéndose detrás de él una zona a la que no llega el movimiento ondulatorio.

	obstáculo
$\lambda \geq d$	hay difracción
$\lambda << d$	no hay difracción



EJEMPLO

a) Un sonido de 500 Hz se propaga en el aire. Se encuentra con un obstáculo de 1 x 1 m, ¿habrá difracción? Si hay difracción, ¿será importante?

b) Una luz cuya longitud de onda es de 5000 Å se propaga en el aire y choca con un obstáculo de 1 x 1 m, ¿habrá difracción? Si hay difracción, ¿será importante?

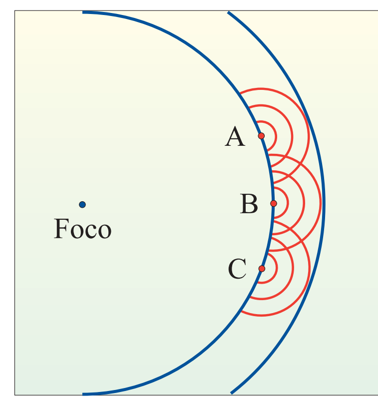
a) La longitud de onda de ese sonido es $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{340}{500} = 0{,}68\ \text{m}$

Dado que el tamaño del obstáculo es sólo un poco mayor que la longitud de onda se producirá difracción en una proporción apreciable.

b) En este caso, la longitud de onda $\lambda = 0{,}000\ 000\ 5$ m es mucho menor que el tamaño del obstáculo. No habrá difracción apreciable.

Principio de Huygens-Fresnel

Para explicar el comportamiento de las ondas en la difracción y en general, en su propagación, se formuló en el siglo XVII el Principio de Huygens, desarrollado matemáticamente por Fresnel a finales del siglo XVIII.



Todo punto de un frente de onda se convierte en emisor de una serie de ondas elementales que se propagan en todas direcciones. El nuevo frente de ondas es la superficie envolvente de las ondas elementales.

Haciendo uso de este principio es posible explicar perfectamente el fenómeno de la difracción. El tratamiento cuantitativo es bastante complicado, pues se trata de calcular las interferencias producidas por las ondas creadas por cada uno de los puntos de la rendija. Sin embargo, el resultado de esas interferencias es que las ondas elementales se anulan en todos los puntos excepto en la superficie que forma el frente de ondas, que podemos considerar como la envolvente de todas las ondas elementales. Podemos decir que la difracción es un fenómeno particular de las interferencias de ondas.

A.25.- Observación del fenómeno de difracción en el vídeo.

A.26.- a) ¿Qué tamaño debe tener una rendija para que se produzca la difracción de un sonido de 1000 Hz de frecuencia? b) ¿Qué tamaño debe tener una rendija para que se produzca la difracción de una luz cuya longitud de onda es de 0,0000005 m?

a) $d \approx 0{,}34$ m; b) $d \approx 5 \cdot 10^{-7}$ m

A.27.- a) ¿Qué tamaño debe tener un obstáculo para que sea capaz de impedir que un sonido de 1000 Hz pueda rodearlo? ¿Y para impedir que lo rodee una luz de 0,0000005 metros?

b) ¿Por qué no producen sombras los átomos y moléculas que están en el aire?

a) $d > 0{,}34$ m; $d > 5 \cdot 10^{-7}$ m

A.28.- Haz un resumen de los tamaños que debe tener un obstáculo para producir «sombra», para que se produzca la difracción apreciable y para que la onda pase sin «inmutarse» en los dos casos siguientes:

a) Para un sonido de 1000 Hz.

b) Para una luz de longitud de onda 0,0000005 metros.

Algunas aplicaciones de la difracción

El estudio cuantitativo de los fenómenos de difracción relaciona claramente la longitud de onda de la onda difractada con el tamaño de la rendija por el que ha sido difractada. Eso permite calcular las longitudes de onda, en aquellos casos que son muy difíciles de medir, conociendo el tamaño de las rendijas. Éste fue el sistema utilizado por Young para medir por primera vez las longitudes de onda de luz de diversos colores.

El procedimiento inverso, inferir el tamaño y forma de objetos extremadamente pequeños a partir de las figuras de difracción que producen, es muy utilizado en el estudio de los fenómenos atómicos y para el conocimiento de la estructura interna de la materia. Para conseguir analizar elementos cada vez más pequeños se necesitan ondas cuya longitud de onda sea cada vez más pequeña, empleándose la difracción de rayos X en lugar de la difracción de la luz visible para esos casos.

La difracción, característica exclusiva de las ondas

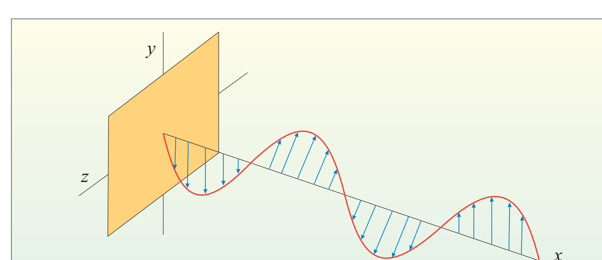
El fenómeno de la difracción, el hecho de que una propagación de energía pueda rodear un obstáculo ocupando todo el espacio detrás del mismo, es algo que no puede ser explicado suponiendo que esa energía es transportada por unos corpúsculos que se desplazan en el mismo sentido que la energía. No es válido por lo tanto un modelo corpuscular.

Piensa en lo siguiente: si nos colocamos detrás de un muro de hormigón de 4 m de ancho por 4 m de alto y de 50 cm de espesor estaremos a cubierto de las balas que nos disparen desde el otro lado del muro. Es imposible transmitir energía a esa zona utilizando para ello el desplazamiento de un cuerpo que se desplace en el sentido de la energía.

Pero, cosa curiosa, detrás del muro sí podemos oír un sonido producido al otro lado del mismo. El sonido se difracta en los bordes del obstáculo, de forma que pasa al otro lado ocupando todo el espacio. Hay que hacer uso de un modelo ondulatorio para poder explicar eso. La difracción pone de manifiesto la diferencia fundamental entre el modelo ondulatorio y el modelo corpuscular, de tal manera que podemos estar seguros que si observamos la difracción debemos suponer que está involucrado algún fenómeno físico que debe ser explicado con el modelo ondulatorio.

6 *POLARIZACIÓN*

Igual que la difracción es un fenómeno característicos de las ondas, pero a diferencia de aquél sólo se presenta en las ondas transversales. Para explicarlo nos referiremos a una onda transversal que se propague en una cuerda con un extremo fijo, producida al agitar el otro extremo de forma periódica de tal manera que nuestra mano describa una trayectoria cualquiera. Los puntos de la cuerda vibrarán en algunas de las infinitas direcciones que se encuentren en el plano perpendicular a la dirección de propagación de la perturbación, según sea el movimiento de la mano que produce la perturbación.



Si hacemos que la cuerda pase a través de una rendija colocada en una determinada dirección, al otro lado de ésta las vibraciones de la cuerda sólo se realizarán en la dirección en la que está colocada la rendija, pues las vibraciones en otras direcciones han sido obstaculizadas. La onda que ha resultado al atravesar la rendija se dice que está **polarizada linealmente**.